

Dernière mise à jour 15/10/2020	Précision des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY TD2
------------------------------------	---------------------------------	-----------------------

# Performances des systèmes asservis

## TD2

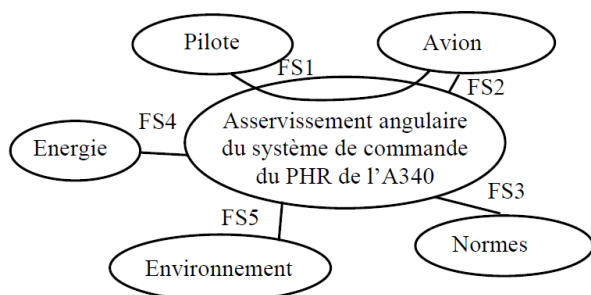
*Précision*  
*PHR Airbus A340*



Programme - Compétences		
B228	Modéliser	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle ;</li> <li>· Performances et réglages ;</li> <li>· Précision d'un système asservi en régime permanent pour une entrée en échelon, une entrée en rampe, une entrée en accélération ;</li> <li>· Rapidité d'un système asservi : <ul style="list-style-type: none"> <li>- temps de réponse,</li> <li>- bande passante.</li> </ul> </li> </ul>

## Extrait du concours CCP MP 2005

On s'intéresse à l'asservissement en position angulaire du moteur électrique au système de commande du plan horizontal réglable (PHR) d'un airbus A340 dont on donne une description fonctionnelle ainsi qu'un extrait du cahier des charges.

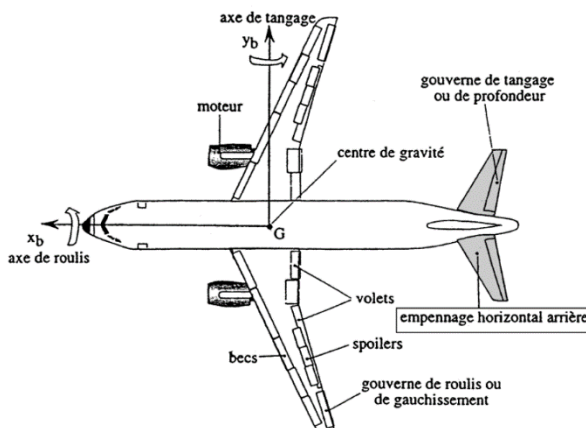


FS1 : Permettre au pilote de piloter en toute sécurité l'avion.  
...

FS	Critère	Niveau	Flexibilité
FS1	Erreur statique Temps de réponse à 5% Erreur de trainage	... Nulle $t < 0,2s$ Nulle	... Aucune Aucune Aucune
...	...	...	...

Le PHR est réglé à l'aide des gouvernes de profondeur. On peut montrer que pour une vitesse donnée, il est possible, par réglage du PHR, de réduire la poussée des réacteurs et donc d'économiser du carburant.

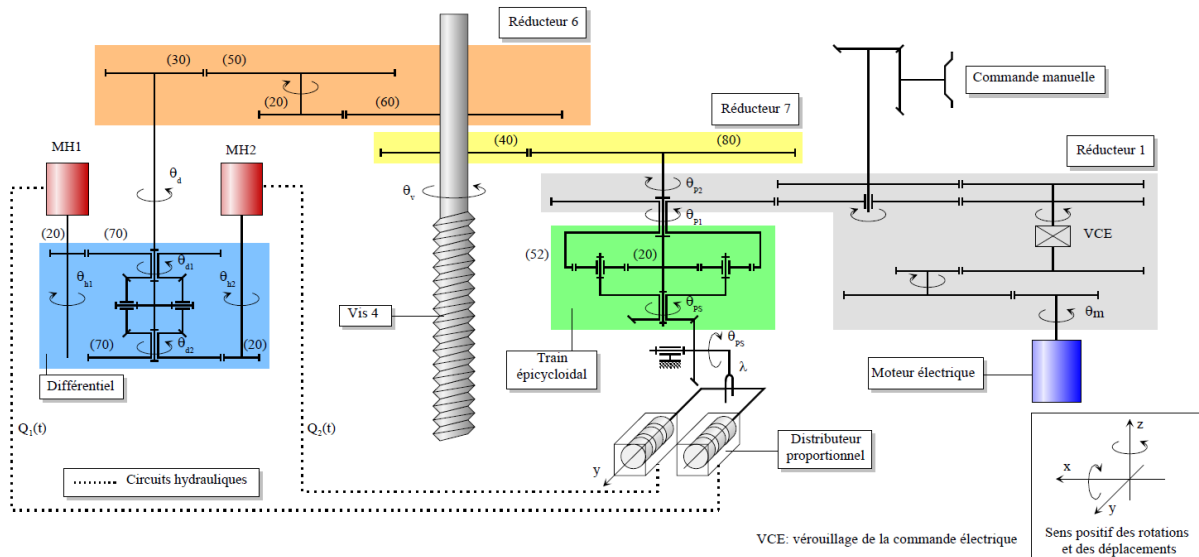
Afin de répondre aux exigences de fiabilité qui stipulent, en particulier, que le PHR doit pouvoir fonctionner durant  $10^9$  FH (Fly Hour) sans subir de défaillance, un certain nombre de composants de la chaîne de commande du PHR sont doublés ou triplés suivant les cas.



D'autre part, toujours pas soucieux de sécurité, le PHR peut être commandé :

- Soit automatiquement par ordinateur de bord qui détermine, à partir des paramètres du vol, la valeur optimale de l'angle  $\beta$  que doivent prendre les gouvernes de profondeur.
- Soit manuellement par le pilote à partir d'un volant de commande situé dans le poste de pilotage et ce, en cas de défaillance de la commande automatique du PHR.

La figure 1 ci-dessous présente le schéma de principe de la chaîne d'énergie à partir de la génération de la commande par le calculateur ou le pilote jusqu'au PHR.



Le calculateur génère une tension de commande qui va alimenter le moteur électrique (MCC) qui est asservi en position angulaire  $\theta_m$  pour permettre de générer l'angle de consigne initial  $\theta_{p1}$  à l'aide du réducteur 1. Toute la suite est un dispositif mécanique complexe et ingénieux assurant la mobilité du PHR. Autrement dit, l'énergie du MCC n'est utile qu'au placement angulaire de la roue dentée  $\theta_{p1}$  (quasiment sans couple résistant), alors que le dispositif hydraulique est à l'origine de l'énergie qui met en mouvement le PHR via un apport de puissance par les pompes hydrauliques. L'angle  $\theta_{p2}$  est l'image du déplacement du PHR en sortie, ramenée à l'axe de la roue  $\theta_{p1}$ . Pour un angle de consigne  $\theta_{p1}$  assuré par l'asservissement du MCC, un second asservissement mécanique doit assurer  $\theta_{p2} = \theta_{p1}$ . Nous supposons que l'asservissement mécanique est parfait, c'est-à-dire  $\theta_{p1} = \theta_{p2}$ . C'est pourquoi nous n'allons nous intéresser dans ce TD qu'à l'asservissement du MCC avec en sortie la consigne angulaire  $\theta_{p1}$  du second asservissement.

Voici quelques détails du second asservissement, mécanique, rencontré dans ce système :

- La rotation  $\theta_{p1}$  permet de commander, via un train épicycloïdal qui joue le rôle de comparateur, les deux distributeurs proportionnels, qui vont délivrer un débit de fluide hydraulique pour alimenter les deux moteurs hydrauliques. En effet, l'utilisation d'un train épicycloïdal est ingénieuse et permet de fermer les distributeurs lorsque  $\theta_{p1} = \theta_{p2}$ , quelles que soient leurs valeurs.
- Les deux moteurs hydrauliques transforment l'énergie hydraulique des pompes en énergie mécanique de rotation. Deux circuits Pompe/Moteur/Tuyauterie sont utilisés pour palier à l'éventuelle panne de l'un d'eux. L'utilisation d'un différentiel est ingénieuse et permet de :
  - o Sommer les puissances mécaniques reçues par les deux moteurs sur l'arbre de sortie  $\theta_d$
  - o Continuer à transférer l'énergie du circuit fonctionnel en cas de panne de l'un d'eux
- La sortie du différentiel est reliée au réducteur 6 qui va adapter l'énergie mécanique de puissance pour actionner la vis 4, reliée à la gouverne de profondeur et permettant de commander son angle
- L'angle de rotation de la vis 4 est transformée à l'aide du réducteur 7 pour générer le retour de position  $\theta_{p2}$  qui va permettre de « dire » si la sortie est en bonne position par rapport à l'entrée  $\theta_{p1}$

Dernière mise à jour	Précision des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
15/10/2020		TD2

## *Schéma bloc du système*

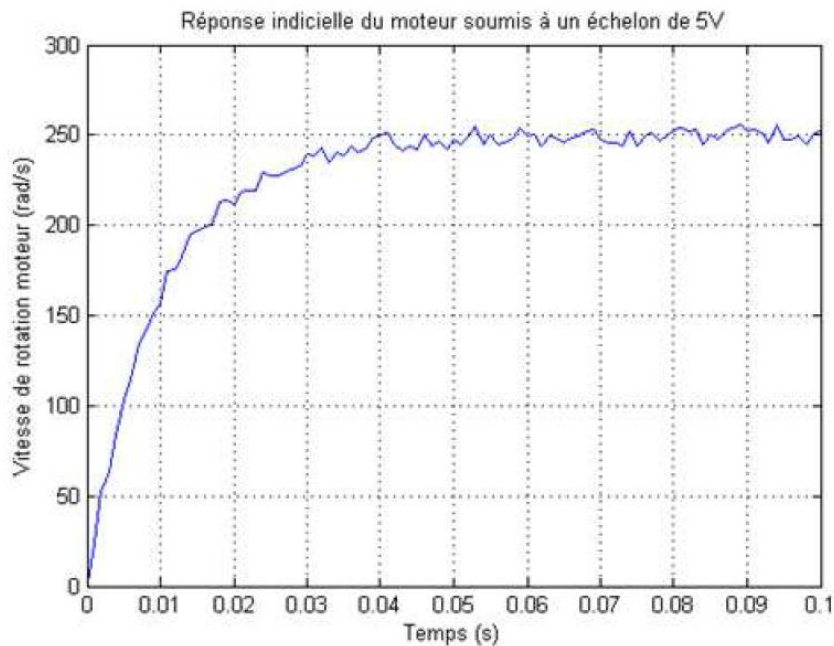
Dans la suite, on ne s'intéresse qu'à la partie génération de commande du PHR. D'une consigne angulaire automatique ou manuelle transformée en tension  $u_e$ , on obtient la rotation  $\theta_{p_1}(t)$  à l'aide de l'asservissement étudié. Vient ensuite une partie non étudiée ayant pour rôle d'imposer cette consigne au PHR afin d'annuler l'écart angulaire entre  $\theta_{p_1}(t)$  en consigne et  $\theta_{p_2}(t)$  obtenu réellement. On a alors  $\theta_{p_1} = \theta_{p_2}$  et la position du PHR qui sera directement reliée mécaniquement à  $\theta_{p_2}$ ...

La boucle d'asservissement en position angulaire du moteur électrique étudiée a pour entrée une tension de consigne  $u_e(t)$  générée par le calculateur. Cette tension est comparée à la tension  $u_r(t)$ , image de l'angle  $\theta_r(t)$ , délivrée par un capteur potentiométrique. L'écart  $\varepsilon_1(t)$  est ensuite corrigé et amplifié par un bloc correcteur amplificateur qui fournit la tension  $u(t)$  aux bornes du moteur électrique. L'angle de rotation  $\theta_m(t)$  en sortie du moteur est réduit par un réducteur 2 pour donner la rotation  $\theta_r(t)$  mesurée par le capteur. D'autre part, l'angle  $\theta_m(t)$ , est réduit par un réducteur 1 pour fournir un angle de rotation en sortie  $\theta_{p_1}(t)$ , sortie de cet asservissement.

**Question 1: Construire le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement.**

## *Etude du moteur*

Le moteur électrique est un moteur à courant continu. On procède à une identification du moteur en le soumettant à un échelon de tension  $U = 5\text{ V}$ , afin de déterminer par un modèle de comportement sa fonction de transfert. On obtient la réponse indicielle  $\omega_m(t)$  donnée ci-dessous.



Dernière mise à jour 15/10/2020	Précision des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
		TD2

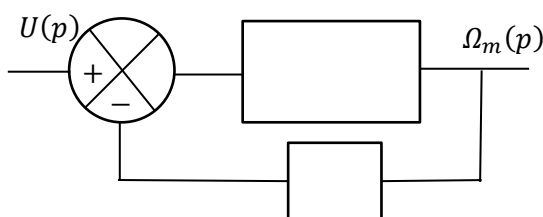
**Question 2: Identifier la réponse en justifiant le modèle retenu et la/les technique(s) utilisée(s) pour déterminer les paramètres que vous explicitez.**

Pour valider le modèle expérimental, on peut utiliser les équations du moteur à courant continu :

(1)	$u(t) = e(t) + Ri(t)$
(2)	$e(t) = k_e \omega_m(t)$
(3)	$c_m(t) = J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt}$
(4)	$c_m(t) = k_a i(t)$

Résistance de l'induit	$R = 1 \Omega$
Inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur	$J_e = 4.10^{-6} \text{ kg.m}^2$
Constante de force contre électromotrice	$k_e = 0,02 \text{ V/(rad.s}^{-1}\text{)}$
Constante de couple	$k_a = 0,02 \text{ Nm.A}^{-1}$

On propose le schéma bloc suivant :



**Question 3: Compléter le schéma bloc proposé**

**Question 4: Déterminer la fonction de transfert  $M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)}$  du moteur électrique sous la forme  $\frac{k_m}{p(1+T_m p)}$**

**Question 5: Donner les expressions littérales de  $k_m$  et  $\tau_m$ .**

**Question 6: Application numérique : calculer  $k_m$  et  $\tau_m$  en précisant les unités.**

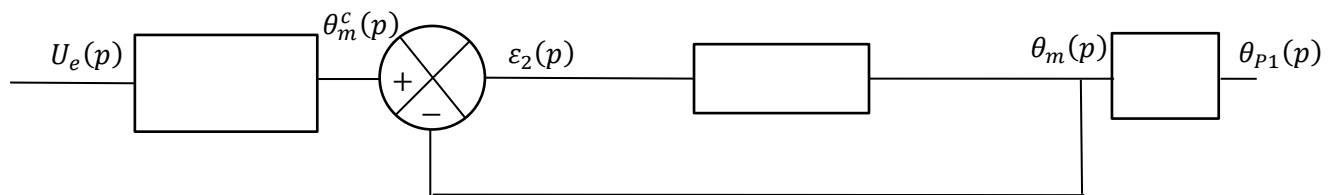
Dernière mise à jour 15/10/2020	Précision des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
		TD2

## *Fonction de transfert du système*

Les fonctions de transfert de différents éléments sont précisées :

- Correcteur amplificateur : Gain  $K_1$
- Capteur potentiométrique : Gain  $K_2$
- Réducteur 1 : Gain  $R_1$
- Réducteur 2 : Gain  $R_2$

**Question 7: Compléter le schéma bloc suivant afin qu'il soit équivalent à l'asservissement étudié et vérifier que votre solution est correcte**



**Question 8: Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(p) = \frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)}$ , la mettre sous la forme  $T(p) = \frac{K_{BO}}{p(1+\tau_m p)}$  et en déduire l'expression du gain de boucle  $K_{BO}$  et préciser son unité.**

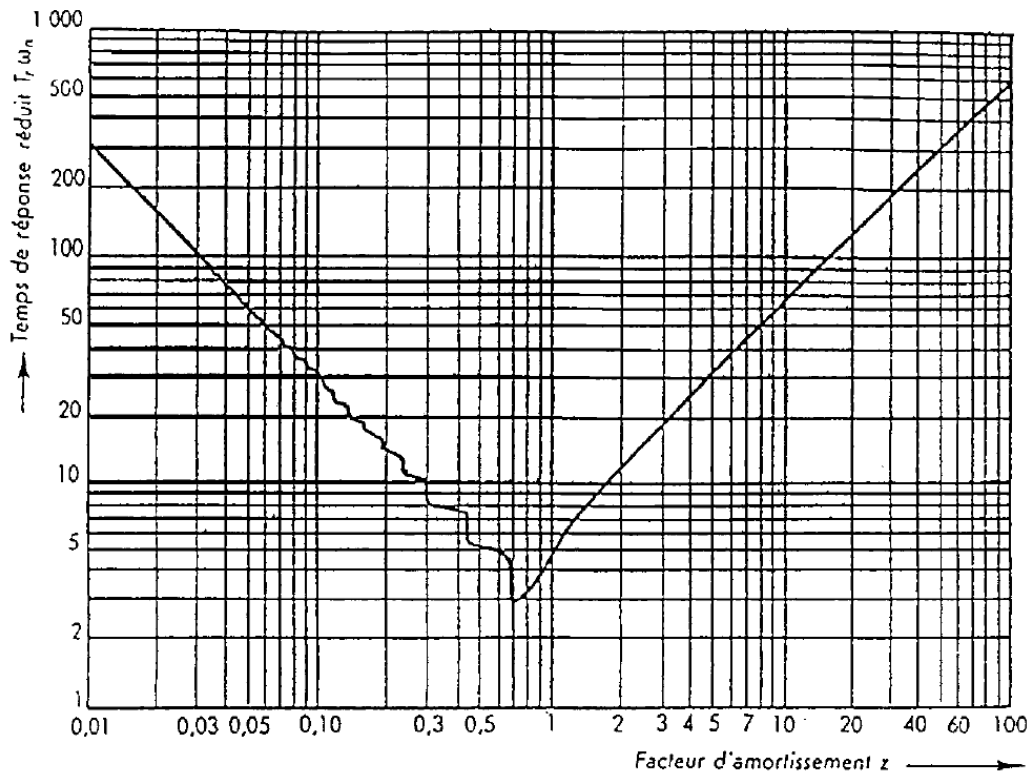
**Question 9: Déterminer la fonction de transfert  $F(p) = \frac{\theta_{P1}(p)}{U_e(p)}$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre. On notera  $K_{BF}$  le gain statique,  $z$  le coefficient d'amortissement et  $\omega_0$  la pulsation propre.**

**Question 10: Donner l'expression littérale de  $K_{BF}$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $K_2$ , de  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_{BO}$  et  $\tau_m$ .**

## *Performance de rapidité*

**Question 11:** Déterminer la valeur du gain de boucle  $K_{BO}$  de telle sorte que la réponse  $\theta_{p1}$  à une entrée en tension  $u_e$  de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

**Question 12:** Déterminer le temps de réponse à 5% du système et conclure vis-à-vis du cahier des charges.



*Abaque  $T_r \cdot \omega_n = f(\xi)$*

Dernière mise à jour	Précision des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
15/10/2020		TD2

## ***Détermination des différents gains du système***

On cherche dans cette partie à déterminer :

- Le gain du réducteur  $R_2$  : connaissant le nombre de tours que fait la vis en sortie du système, on va remonter au nombre de tours sur l'axe moteur, et donc au rapport de réduction pour imposer un nombre de 10 tours sur le capteur
- Le gain du capteur  $K_2$  d'après ses données
- Le gain  $K_1$  du correcteur qui permettra de respecter le critère de réponse la plus rapide sans dépassement du système

Les données sont les suivantes :

- Rapport de transmission du réducteur 1 :  $R_1 = \frac{1}{150}$ .
- Longueur utile de la vis :  $l = 0,6 \text{ m}$
- Le pas de la vis :  $p_v = 10 \text{ mm}$
- La vis est entraînée en rotation par un réducteur dont le rapport de réduction vaut  $\frac{\theta_{P2}}{\theta_v} = \frac{1}{5}$  (on ne tiendra pas compte des nombres de dents affichés sur l'image de présentation du sujet).
- Le capteur de position de gain  $K_2$  de la boucle d'asservissement du moteur électrique est un capteur potentiométrique 10 tours dont la tension de sortie varie de -12 à +12 V.

**Question 13: Déterminer le nombre de tours  $N_v$  maximal que peut faire la vis**

**Question 14: Déterminer le nombre de tours  $N_{P2}$  que va faire l'arbre d'entrée du train épicycloïdal 52.**

**Question 15: L'asservissement ayant pour but d'annuler l'écart entre  $\theta_{P2}$  et  $\theta_{P1}$ , en déduire le nombre de tour  $N_{P1}$  que doit pouvoir faire le second arbre d'entrée du train épicycloïdal 52**

**Question 16: En déduire le nombre de tours  $N_m$  que va faire l'arbre du moteur.**

**Question 17: En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage (10 tours), déterminer le rapport de réduction  $R_2$  du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.**

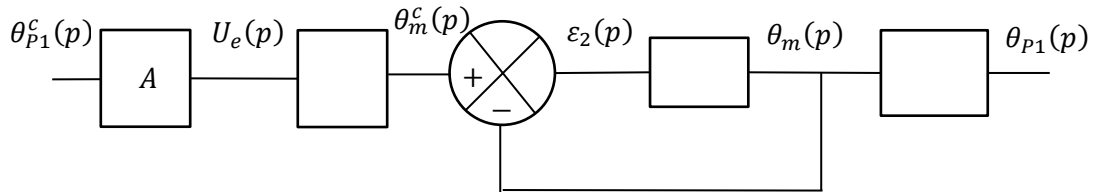
**Question 18: Déterminer le gain  $K_2$  du capteur potentiométrique.**

**Question 19: En déduire le gain  $K_1$  du régulateur connaissant la valeur de  $K_{BO}$  fixée précédemment.**



## *Performance de précision*

Jusqu'à maintenant, nous avons travaillé avec une entrée de l'asservissement en tension. En réalité, une consigne numérique de position de sortie  $\theta_{p1}^c$  sera envoyée au système et traduite en une tension  $U_e$ . On ajoute donc un bloc adaptateur de gain  $K_a$  tel que :

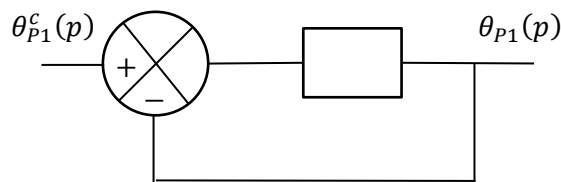


On souhaite choisir  $K_a$  tel que :

- Si  $\theta_m = \theta_c^m$ ,  $\theta_{p1} = \theta_{p1}^c$
- Si l'écart au comparateur est nul, l'erreur entrée/sortie est nulle

**Question 20: Donner l'expression de A**

On propose alors le schéma bloc simplifié suivant :



**Question 21: Compléter ce schéma bloc**

**Question 22: Déterminer l'erreur statique en suivi de consigne et conclure vis-à-vis du cahier des charges**

Dans le cas d'une entrée de type rampe  $u_e(t) = atu(t)$ , le cahier des charges stipule que l'erreur de traînage doit être nulle.

**Question 23: Déterminer l'erreur de traînage et conclure vis-à-vis du cahier des charges.**

## *Prise en compte d'un couple résistant*

Petit rappel : notre asservissement fait tourner la roue 52, ce qui génère un écart mécanique avec la roue 20 liée à la sortie (mesure de l'asservissement mécanique), il n'y a quasiment aucun couple résistant sur la partie étudiée. L'énergie qui fait bouger la sortie est liée aux pompes hydrauliques dont « le robinet » est piloté par l'écart 52/20.

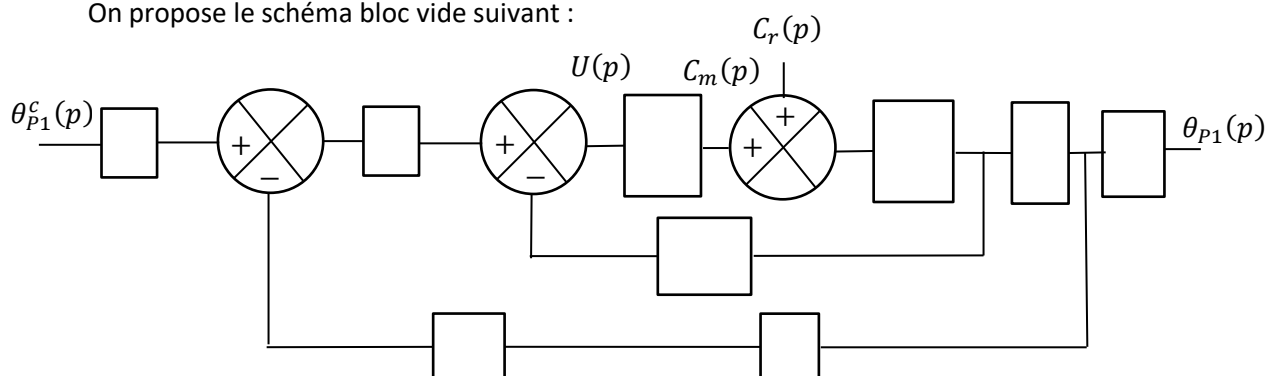
On souhaite ici estimer l'effet d'un couple résistant sur les performances de précision.

On donne :

$$C_{r_0} = -0,1 \text{ N.m}$$

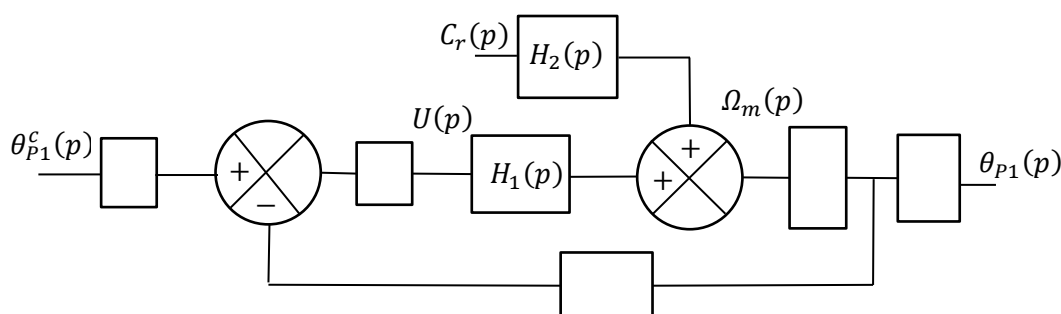
On remarquera qu'il n'est pas possible de reprendre les différents schéma blocs réalisés jusqu'ici puisqu'il est nécessaire d'avoir la somme des couples « accessible ».

On propose le schéma bloc vide suivant :



**Question 24: Compléter le schéma proposé**

Pour simplifier la suite, on propose le schéma bloc suivant équivalent au précédent :



**Question 25: Compléter ce nouveau schéma bloc**

**Question 26: Déterminer les fonctions  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $k_m$ ,  $\tau_m$ ,  $R$  et  $k_a$**

**Question 27: Préciser si la perturbation a une influence sur l'écart statique**

**Question 28: Déterminer l'écart généré par le couple résistant sur la position de sortie en degrés**